ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ Δίκτυο ΜΑΝΩΛΙΤΣΗΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ…………………………….
ΤΜΗΜΑ…… ..………
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ……..…………
ΒΑΘΜΟΣ………………………………………

Λύσεις στο Διαγώνισμα Μαθηματικών Β προς Γ ΕΠΑΛ

Θέμα Α

Α1. Θεωρία

Α2. Έστω μια συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathrm{B}$.

i. Πεδίο ορισμού της f λέγεται το σύνολο Α

ii. Αν $\mathrm{A} \subseteq \mathbb{R}$ και $\mathrm{B} = \mathbb{R}$, η συνάρτηση f λέγεται πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής.

iii. Αν με τη συνάρτηση f , το $x \in$ Α αντιστοιχίζεται στο $y \in$ Β, τότε γράφουμε $y = f(x)$ και το $f(x)$ λέγεται τιμή της f στο x .

iv. Στον τύπο συνάρτησης y = f(x) το γράμμα x, που συμβολίζει οποιοδήποτε στοιχείο του πεδίου ορισμού Α, ονομάζεται ανεξάρτητη μεταβλητή, ενώ το y, που παριστάνει την τιμή της συνάρτησης στο x και εξαρτάται από την τιμή του x, λέγεται εξαρτημένη μεταβλητή.

Α3.

Στήλη Α **Τύπος Συνάρτησης**	**Στήλη Β** **Πεδίο ορισμού**
$f(x) = \sqrt{x-3}$	$(3, +\infty)$
$f(x) = \dfrac{x}{x-3}$	$[3, +\infty)$
$f(x) = x - 3$	$\mathbb{R} - \{3\}$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$	$\mathbb{R}$

Θέμα Β

$$f\left(x\right)=\frac{x^3-4x}{x^2+2x}$$

Β1. Η f ορίζεται όταν $x^2+2x\neq 0 \Leftrightarrow x(x+2)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$ και $x\neq -2$. Άρα :

Α = $\mathbb{R}-\{-2,0\}$

Β2. Για κάθε $x\in\mathbb{R}-\{-2,0\}$ έχουμε

$$f\left(x\right)=\frac{x^3-4x}{x^2+2x}=\frac{x(x^2-4)}{x(x+2)}=\frac{x(x-2)(x+2)}{x(x+2)}=x-2$$

Β3. $f(3)+f(-1)=(3-2)+(-1-2)=1-3=-2$

Θέμα Γ

$f(x)=x^3-3x^2+2$

Γ1.

$f(-1)=(-1)^3-3(-1)^2+2=-1-3+2=-2$

$f(-2)=(-2)^3-3(-2)^2+2=-8-12+2=-18$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^3-3\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2=-\frac{1}{8}-\frac{3}{4}+2=-\frac{1}{8}-\frac{6}{8}+\frac{16}{8}=\frac{9}{8}$$

Γ2. $f(x)\geq 2 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2\geq 2 \Leftrightarrow x^3-3x^2\geq 0 \Leftrightarrow x^2(x-3)\geq 0$.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
x^2		+	0	+		+	
$x-3$		$-$		$-$	0	+	
$x^2(x-3)$		$-$	0	$-$	0	+	

$x\in[3,+\infty)$ ή $x=0$

Γ3. Η συνάρτηση $g(x)=\sqrt{f(x)-2}$ ορίζεται όταν $f(x)-2\geq 0 \Leftrightarrow f(x)\geq 2$.

Από το ερώτημα Γ2 έχουμε ότι $x\in[3,+\infty)$ ή $x=0$.

Θέμα Δ

$f(x)=\sqrt{x+1}-1$ και $g(x)=x^2-5x+6$.

Δ1. Η f ορίζεται όταν $x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$ άρα $A_f=[-1,+\infty)$

Η g έχει πεδίο ορισμού το $A_g=\mathbb{R}$

Δ2. $h(x)=\dfrac{f(x)-1}{g(x)}=\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-5x+6}$

Για την h πρέπει $x+1\geq 0$ και $x^2-5x+6\neq 0$

$x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$

$x^2-5x+6\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2 \text{ και } x\neq 3$

(το τριώνυμο x^2-5x+6 έχει Δ = 1 >0 και ρίζες τους αριθμούς 2 και 3)

Επομένως , $A_h=[1,2)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

Δ3. $\mathrm{A}=f(3)-2g(2)+f(0)=\sqrt{3+1}-1-2\cdot 0+\sqrt{0+1}-1=\sqrt{4}-1+1-1=2-1=1$