

Διαγώνισμα Μαθηματικών Β προς Γ Λυκείου

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση «1-1» ; (μονάδες 8)

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;

(μονάδες 7)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού A και ισχύει $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$ τότε η f παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$

β) Αν μια συνάρτηση είναι 1-1 , τότε είναι πάντοτε γνησίως μονότονη.

γ) Τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και f^{-1} (f συνάρτηση «1-1») βρίσκονται πάνω στην ευθεία $y = x$.

δ) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - l) = 0$

δ) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και στη συνέχεια το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$. (μονάδες 13)

B2. Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά χρησιμοποιώντας το σχήμα :

α) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = \dots$

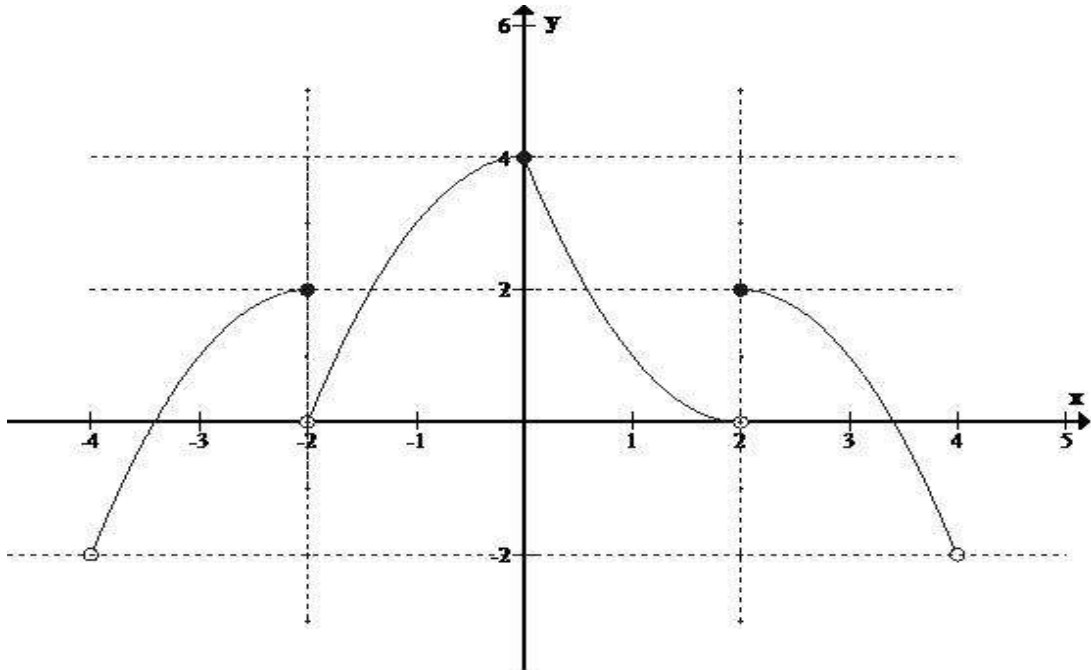
β) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots$

γ) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \dots$

δ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots$

ε) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots$

ζ) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \dots$



(μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = 1 - \ln x$ και $g(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$.

Γ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία.

(μονάδες 5)

Γ2. Να δείξετε ότι η συνάρτηση g είναι 1-1.

(μονάδες 6)

Γ3. Να βρείτε τη συνάρτηση g^{-1} .

(μονάδες 6)

Γ4. Αν $g^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right), x \in (0,1)$, να βρείτε τη συνάρτηση $g^{-1} \circ f$. (μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} και ικανοποιεί τη

σχέση: $2f^3(x) + f(x) = x + 16$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη.

Δ2. Να ορίσετε την f^{-1} .

Αν $f^{-1}(x) = 2x^3 + x - 16$, $x \in \mathbb{R}$

Δ3. Να λύσετε τις εξισώσεις $f^{-1}(x) = 2$ και $f(x) = 2$.

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(f^{-1}(x^2 - 4) + 18) = 2$